

Hi ha alguna manera més ràpida de fer experiments aleatoris? Quina informació ens donen?

3.1 Les simulacions

Una **simulació** és un sistema determinat que reproduïx les característiques més importants d'un altre sistema més complex, de manera que es comporta en allò més fonamental com ho faria el sistema que mira de reproduir.

Un exemple de simulació és l'ús d'uns maniquins especials, coneguts com a *crash test dummies*, per a provar els elements de seguretat dels vehicles.



Així, per a avaluar, per exemple, si un cinturó de seguretat és un element de protecció millor o pitjor que un airbag, es col·loca un d'aquests maniquins en un vehicle que es fa estavellar en un laboratori. Els sensors de què disposa el ninot recullen informació sobre els impactes que rep, i així es pot saber què li passaria a una persona en cas de xoc.

En aquest tipus d'assaigs, el *crash test dummy* actua com una simulació del comportament del cos humà en cas d'accident.

■ **Els simuladors informàtics.** Gràcies a la informàtica, podem tractar grans quantitats de dades amb molta rapidesa i exactitud, i això fa que s'usi sovint per a fer simuladors de fenòmens molt diferents.

Molts videojocs es basen a simular la situació del pilot d'un cotxe o d'un avió o reproduïxen una aventura des del punt de vista d'un personatge. En tots aquests casos, el sistema informàtic simula una situació basada en la realitat.

Sistemes com els d'aquests jocs, més sofisticats, es fan servir per a entrenar pilots d'avions, de manera que puguin adquirir una experiència molt semblant a la real, però sense els costos d'un vol real ni els seus perills en cas d'error.



Un joc de simulació de vol reproduïx els aparells que veu el pilot i el seu punt de vista de l'entorn.

■ **Els simuladors matemàtics.** No tots els simuladors informàtics han de tenir un aspecte realista: cal recordar que el fet important és que **reproduïxin les característiques fonamentals d'un experiment**, i no pas necessàriament el seu aspecte.

En matemàtiques, es fan servir eines informàtiques com els fulls de càlcul, que es poden utilitzar per a crear simulacions de diferents tipus.

Amb un full de càlcul, per exemple, podem crear un **generador de resultats aleatoris**, és a dir, l'equivalent informàtic d'un dau, amb dos avantatges importants:

- Amb el simulador informàtic és més fàcil definir i variar les condicions d'un experiment.
- El nombre de repeticions de l'experiment que es poden obtenir en pocs segons amb un simulador informàtic és milers de vegades més gran que en la realitat.

Amb el full de càlcul, no podem reproduir l'aspecte del dau, però sí que podem obtenir amb molta comoditat els mateixos resultats i fer tota mena d'operacions amb les dades obtingudes.

3.2 Probabilitat i predicció

Les característiques dels fenòmens aleatoris fan que no es puguin fer prediccions fiables del resultat concret d'un experiment: no podem, per exemple, saber quin serà el resultat d'una tirada d'un dau o d'una loteria, i per això diem que es tracta de jocs d'atzar.

En probabilitat, el que sí que podem fer és predir com seran grans conjunts de resultats, tenint en compte que la probabilitat dels diferents resultats d'un experiment és una característica fixa. Vegem com podem fer-ho.

■ **Predicció per proporcionalitat.** Imaginem que fem un estudi sobre les tirades d'una moneda i que després de 200 repeticions obtenim aquests resultats:

RESULTAT	FREQÜÈNCIA ABSOLUTA	FREQÜÈNCIA RELATIVA	FREQ. RELATIVA PERCENTUAL
Cara	95	0,475	47,5%
Creu	105	0,525	52,5%
Suma	200	1	100%

Si considerem que aquesta quantitat de tirades és prou gran, podem predir com seran els resultats, per exemple, de 1.000 tirades amb aquest procediment:

- Prenem com a valor de la probabilitat la freqüència relativa de cada resultat:

$$p(\text{cara}) = 0,475 \quad p(\text{creu}) = 0,525$$

- Multipliquem la probabilitat de cada resultat pel nombre de tirades per al qual fem la predicció:

$$p(\text{cara}) \cdot 1.000 = 0,475 \cdot 1.000 = 475$$

$$p(\text{creu}) \cdot 1.000 = 0,525 \cdot 1.000 = 525$$

Els valors que obtenim són, molt aproximadament, els que obtindríem en 1.000 tirades, i es conserva la mateixa proporció: 475 vegades cara i 525 vegades creu. Encara que no podem predir el resultat d'una tirada, sí que podem predir el resultat del conjunt. La predicció serà més fiable si el conjunt inicial de referència i el conjunt del qual volem fer la predicció són molt grans.

Les prediccions probabilístiques tenen un fonament real; no són fruit de l'endevinació.



■ **Predicció per simulació.** Una altra manera de fer prediccions de probabilitats consisteix a fer servir un simulador i considerar els resultats simulats com si fossin una predicció del que passarà en la realitat.

En aquests casos, val la pena fer la simulació per a un nombre no gaire gran de casos i fer, al mateix temps, l'experiment real per al mateix nombre:

- Si els resultats concorden, considerem que el simulador és bo i podem fer-lo servir per a un gran nombre de repeticions.
- Si els resultats no concorden, el simulador no està ben dissenyat i hem d'ajustar-lo millor.

ACTIVITATS

6 ●● Digues en quines d'aquestes situacions val o no la pena fer servir un simulador i per què:

- Provar la qualitat de les peces fetes en un taller.
- Entrenar un astronauta per a un vol a la Lluna.
- Predir el rendiment d'un mecanisme després de molts anys de funcionament continuat.
- Analitzar la seguretat d'un edifici en cas d'incendi.

7 ●●● Calcula quantes vegades obtindrem cara i creu en sèries de 10.000, 25.000, 70.000 i 2.500.000 tirades. Pren com a referència la taula de freqüències que s'ha fet servir com a exemple.